

# Estatística Multivariada

## Errata

Esses são alguns dos principais erros detectados na primeira edição do livro “Estatística Multivariada”, 2008.

- 1) Na página 47, item 1.6.3: onde se lê **dois vetores aleatórios**  $\mathbf{y}_1 = [2, 3]$  e  $\mathbf{y}_2 = [2, 1]$ , leia-se *dois vetores aleatórios*  $\mathbf{y}_1 = [2, 3]^\top$  e  $\mathbf{y}_2 = [2, 1]^\top$ ;
- 2) na página 90 onde se lê **sob a sob a**, leia-se *sob a*;
- 3) na página 106, exercício 2.3.9: onde se lê que a matriz  $\mathbf{\Sigma}$  ( $p \times p$ ) é conhecida, leia-se que é desconhecida e na função apresentada, foi esquecido o negrito nessa mesma matriz;
- 4) na página 392, capítulo 9, seção 9.6: a matriz

$$\hat{\mathbf{D}} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0,00 & 0,56 & 0,56 & 0,56 & 0,56 \\ 0,56 & 0,00 & 0,18 & 0,43 & 0,43 \\ 0,56 & 0,18 & 0,00 & 0,43 & 0,43 \\ 0,56 & 0,43 & 0,43 & 0,00 & 0,18 \\ 0,56 & 0,43 & \mathbf{0,18} & 0,18 & 0,00 \end{bmatrix} .$$

1      2      3      4      5

deve ser substituída por

$$\hat{\mathbf{D}} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0,00 & 0,56 & 0,56 & 0,56 & 0,56 \\ 0,56 & 0,00 & 0,18 & 0,43 & 0,43 \\ 0,56 & 0,18 & 0,00 & 0,43 & 0,43 \\ 0,56 & 0,43 & 0,43 & 0,00 & 0,18 \\ 0,56 & 0,43 & \mathbf{0,43} & 0,18 & 0,00 \end{bmatrix} .$$

1      2      3      4      5

2

5) na página 598, equações 13.3.22 e 13.3.23 (erro também na fonte de consulta, Giri, 2004): onde se lê

$$E\left(\hat{\Delta}^2\right) = \frac{n_1 + n_2 - 2}{n_1 + n_2 - p + 1} \left( \Delta^2 + \frac{pn_1n_2}{n_1 + n_2} \right)$$

e

$$\tilde{\Delta}^2 = \frac{n_1 + n_2 - p + 1}{n_1 + n_2 - 2} \hat{\Delta}^2 - \frac{pn_1n_2}{n_1 + n_2}$$

leia-se

$$E\left(\hat{\Delta}^2\right) = \frac{n_1 + n_2 - 2}{(n_1 + n_2 - 3 - p)} \left[ \Delta^2 + \frac{p(n_1 + n_2)}{n_1n_2} \right]$$

e

$$\tilde{\Delta}^2 = \frac{n_1 + n_2 - 3 - p}{n_1 + n_2 - 2} \hat{\Delta}^2 - \frac{p(n_1 + n_2)}{n_1n_2},$$

respectivamente.

6) No prefácio, onde se lê “(CSM-BGBD-www.bisobrasil.ufla.br)” leia-se “(CSM-BGBD-www.biosbrasil.ufla.br)”.

7) Na página 308 em dois lugares distintos, onde se lê “...devemos rejeitar a hipótese nula  $H_0 : \boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2 = \boldsymbol{\delta}_0$  quando  $T^{*2} > \nu p F_{\alpha,p,\nu+1-p}/(\nu - 1 + p)$ ” e “...devemos rejeitar a hipótese nula  $H_0 : \boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2 = \boldsymbol{\delta}_0$  quando  $T^{*2} > \nu p F_{\alpha,p,\nu+1-p}/(\nu - 1 + p)$ ” leia-se “...devemos rejeitar a hipótese nula  $H_0 : \boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2 = \boldsymbol{\delta}_0$  quando  $T^{*2} > \nu p F_{\alpha,p,\nu+1-p}/(\nu + 1 - p)$ ” e “devemos rejeitar a hipótese nula  $H_0 : \boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2 = \boldsymbol{\delta}_0$  quando  $T^{*2} > \nu p F_{\alpha,p,\nu+1-p}/(\nu + 1 - p)$ ”.

8) na página 322 expressão 8.2.6 onde se lê:  $\frac{\partial Q}{\partial \mathbf{B}} = -\mathbf{Y}^\top \mathbf{X} - \mathbf{Y}^\top \mathbf{X} + 2\mathbf{B}^\top \mathbf{X}^\top \mathbf{X} \mathbf{B}$   
leia-se  $\frac{\partial Q}{\partial \mathbf{B}} = -\mathbf{Y}^\top \mathbf{X} - \mathbf{Y}^\top \mathbf{X} + 2\mathbf{B}^\top \mathbf{X}^\top \mathbf{X}$

9) na página 30, a expressão seguinte contém um índice errado em  $X_i^2$  e no somatório correspondente. Assim, onde se lê:

$$= \frac{1}{n-1} \mathbf{X}^\top \mathbf{X} = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n X_i^2 \geq 0$$

leia-se

$$= \frac{1}{n-1} \mathbf{X}^\top \mathbf{X} = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n X_j^2 \geq 0$$

10) Na página 25 onde se lê:

A matriz de covariâncias é dada por:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} E\left(Y_1 - \frac{7}{12}\right) & E\left(Y_1 - \frac{7}{12}\right)\left(Y_2 - \frac{11}{18}\right) \\ E\left(Y_2 - \frac{11}{18}\right)\left(Y_1 - \frac{7}{12}\right) & E\left(Y_2 - \frac{11}{18}\right) \end{bmatrix}$$

sendo

$$\begin{aligned} E\left(Y_1 - \frac{7}{12}\right) &= \int_0^1 \int_0^1 \left(y_1 - \frac{7}{12}\right) \left(y_1^2 + \frac{4}{3}y_2\right) dy_1 dy_2 \\ &= \frac{59}{720}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E\left(Y_2 - \frac{11}{18}\right) &= \int_0^1 \int_0^1 \left(y_2 - \frac{11}{18}\right) \left(y_1^2 + \frac{4}{3}y_2\right) dy_1 dy_2 \\ &= \frac{23}{324} \end{aligned}$$

Resultando em ...

leia-se

A matriz de covariâncias é dada por:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} E\left(Y_1 - \frac{7}{12}\right)^2 & E\left(Y_1 - \frac{7}{12}\right)\left(Y_2 - \frac{11}{18}\right) \\ E\left(Y_2 - \frac{11}{18}\right)\left(Y_1 - \frac{7}{12}\right) & E\left(Y_2 - \frac{11}{18}\right)^2 \end{bmatrix}$$

sendo

$$\begin{aligned} E\left(Y_1 - \frac{7}{12}\right)^2 &= \int_0^1 \int_0^1 \left(y_1 - \frac{7}{12}\right)^2 \left(y_1^2 + \frac{4}{3}y_2\right) dy_1 dy_2 \\ &= \frac{59}{720}, \end{aligned}$$

$$E \left( Y_2 - \frac{11}{18} \right)^2 = \int_0^1 \int_0^1 \left( y_2 - \frac{11}{18} \right)^2 \left( y_1^2 + \frac{4}{3} y_2 \right) dy_1 dy_2$$

$$= \frac{23}{324}$$

Resultando em ...

**Observação:** os resultados estão corretos, pois o erro foi apenas de digitação.

- 11) Na página 329 onde se lê  
... a matriz de parâmetros  $\mathbf{B}$  é

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mu_1 & \mu_2 \\ \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} \\ \alpha_{51} & \alpha_{52} \end{bmatrix}$$

leia-se

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mu_1 & \mu_2 \\ \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} \end{bmatrix}$$

- 12) na página 110 onde se lê  $X_i = h_i(\mathbf{Y}_i, Y_2, \dots, Y_p)$ , leia-se  $X_i = h_i(\mathbf{Y}_1, Y_2, \dots, Y_p)$ ;
- 13) na página 167 onde se lê “Dessa forma utilizamos as rotinas de computador ou de **calculadores** eletrônicas...” leia-se “Dessa forma utilizamos as rotinas de computador ou de calculadoras eletrônicas...”;
- 14) na página 86 onde se lê “que que...” leia-se “que...”;
- 15) na página 216 onde se lê “. **convém** salientar que o símbolo  $\sim$ ” leia-se “. **Convém** salientar que o símbolo  $\sim$ ”;

- 16) na página 283, onde se lê “em que  $\mathbf{Y}_{..} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} \mathbf{Y}_{ij}/n$  é o vetor de médias da amostra completa” leia-se “em que  $\bar{\mathbf{Y}}_{..} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} \mathbf{Y}_{ij}/n$  é o vetor de médias da amostra completa.”;
- 17) página 320 capítulo 8: no último elemento da matriz de dados  $\mathbf{Y}$ , onde se lê  $Y_{IJn_{IJ}2}$  leia-se  $Y_{IJn_{IJ}p}$ ;
- 18) página 321 capítulo 8: no último elemento da matriz de resíduos  $\mathbf{E}$ , onde se lê  $\epsilon_{IJn_{IJ}2}$  leia-se  $\epsilon_{IJn_{IJ}p}$ ;
- 19) na página 288, capítulo 7, no exemplo 7.4, onde se lê

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_p &= \frac{(n_A - 1)\mathbf{S}_A + (n_A - 1)\mathbf{S}_A}{n - 2} = \frac{\mathbf{W}_A + \mathbf{W}_A}{n - 2} \\ &= \begin{bmatrix} 1,4747 & -0,0442 \\ -0,0442 & 0,0049 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

leia-se

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_p &= \frac{(n_A - 1)\mathbf{S}_A + (n_B - 1)\mathbf{S}_B}{n - 2} = \frac{\mathbf{W}_A + \mathbf{W}_B}{n - 2} \\ &= \begin{bmatrix} 1,4747 & -0,0442 \\ -0,0442 & 0,0049 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

- 20) Na página 278, capítulo 7, exemplo 7.3, teste de Bonferroni, onde se lê "Student com  $\nu = 15$  graus de liberdade ( $t_{0,0125;\nu=25} = 2,48988$ )" leia-se "Student com  $\nu = 15$  graus de liberdade ( $t_{0,0125;\nu=15} = 2,48988$ )", um erro apenas de digitação;
- 21) na página 164, capítulo 3, densidade da  $t$  multivariada, onde se lê

$$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+p}{2}\right)}{(\pi\nu)^{1/(2p)}\Gamma(\nu)|\boldsymbol{\Sigma}|^{1/2}} \left[1 + \frac{1}{\nu}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^\top \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})\right]^{-\frac{\nu+p}{2}}$$

em que  $g$  é dada por  $g(z) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+p}{2}\right)}{(\pi\nu)^{1/(2p)}\Gamma(\nu)} \left(1 + \frac{z}{\nu}\right)^{-(\nu+p)/2}$ ; leia-se

$$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+p}{2}\right)}{(\pi\nu)^{p/2}\Gamma(\nu/2)|\boldsymbol{\Sigma}|^{1/2}} \left[1 + \frac{1}{\nu}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^\top \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})\right]^{-\frac{\nu+p}{2}}$$

em que  $g$  é dada por  $g(z) = \frac{\Gamma(\frac{\nu+p}{2})}{(\pi\nu)^{p/2}\Gamma(\nu/2)} \left(1 + \frac{z}{\nu}\right)^{-(\nu+p)/2}$ .

Nessa mesma página onde se lê

$$f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}) = \frac{\Gamma(\frac{\nu+p}{2})}{(\pi\nu)^{1/(2p)}\Gamma(\nu)} \left[1 + \frac{1}{\nu}\mathbf{y}^\top\mathbf{y}\right]^{-\frac{\nu+p}{2}},$$

leia-se

$$f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}) = \frac{\Gamma(\frac{\nu+p}{2})}{(\pi\nu)^{p/2}\Gamma(\nu/2)} \left[1 + \frac{1}{\nu}\mathbf{y}^\top\mathbf{y}\right]^{-\frac{\nu+p}{2}}.$$

22) na página 177, onde se lê

Assim,

$$n\bar{\mathbf{X}}^\top \mathbf{S}^{-1} \bar{\mathbf{X}} \sim \frac{\chi_p^2(n\boldsymbol{\mu}^\top \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\mu})}{\chi_p^2}$$

sendo que  $\chi_p^2(n\boldsymbol{\mu}^\top \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\mu})$  e  $\chi_p^2$  são independentes.

leia-se

Assim,

$$n\bar{\mathbf{X}}^\top \mathbf{S}^{-1} \bar{\mathbf{X}} \sim \frac{\chi_p^2(n\boldsymbol{\mu}^\top \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\mu})}{\chi_{\nu+1-p}^2}$$

sendo que  $\chi_p^2(n\boldsymbol{\mu}^\top \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\mu})$  e  $\chi_{\nu+1-p}^2$  são independentes.

23) na página 106, onde se lê

$$g(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}; \mathbf{x}) = -\frac{np}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln(|\boldsymbol{\Sigma}|) - \sum_{j=1}^n (\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu})^\top \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu})$$

leia-se

$$g(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}; \mathbf{x}) = -\frac{np}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(|\boldsymbol{\Sigma}|) - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu})^\top \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu})$$